

Решение репетиционного экзамена по
математике 19.03.2014г.

Вариант 1.

№1. $6 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^2 - 14 \cdot \frac{1}{3} = 6 \cdot \frac{1}{9} - \frac{14}{3} = \frac{2}{3} - \frac{14}{3} = -\frac{12}{3} = -4.$

Ответ: -4.

№2. П.к. $m < 0$, то $2m < 0$; $2m < m$; $m^2 > 0$, то
 $2m < m < 0 < m^2.$

Ответ: 3.

№3. $3\sqrt{6} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{6} = \sqrt{54}$; $6\sqrt{3} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{108}$; $\sqrt{66}$;
 $10 = \sqrt{100}.$

Итак, $\sqrt{54} < \sqrt{66} < \sqrt{100} < \sqrt{108}$, т.е.
 $3\sqrt{6} < \sqrt{66} < 10 < 6\sqrt{3}.$

Ответ: 2.

№4. $x^2 + 2x = 0$
 $x(x+2) = 0$
 $x = 0$ или $x+2 = 0$
 $x = -2$

Ответ: -2; 0.

№5. A B B
 1 2 4

№6. 2,3; 0,6; -1,1; ...

$0,6 - 2,3 = -1,7$; $-1,1 - 0,6 = -1,7$

Данная последовательность - арифметическая прогрессия.

$a_1 = 2,3$; $d = -1,7$

$a_n = a_1 + d(n-1)$

$a_{15} = a_1 + d \cdot 14$

$a_{15} = 2,3 - 1,7 \cdot 14 = 2,3 - 23,8 = -21,5.$

Ответ: -21,5.

$$N7. (8-x)^2 - x(x+8) = 8^2 - 2 \cdot 8 \cdot x + x^2 - x^2 - 8x = 64 - 16x + x^2 - x^2 - 8x = 64 - 24x.$$

Если $x = -\frac{1}{12}$, то $64 - 24x = 64 - 24 \cdot (-\frac{1}{12}) = 64 + 2 = 66.$

Ответ: 66.

$$N8. 1) x^2 - 2x - 65 < 0$$

$$x^2 - 2x - 65 = 0$$

$D = 4 + 4 \cdot 65 > 0$, два корня, значит парабола $y = x^2 - 2x - 65$ пересекает ось Ox в двух точках и неравенство $x^2 - 2x - 65 < 0$ имеет решение.

$$2) x^2 - 2x - 65 > 0$$

имеет решение

$$3) x^2 - 2x + 65 > 0$$

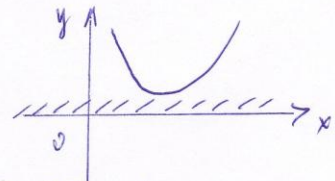
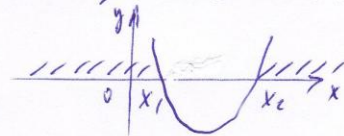
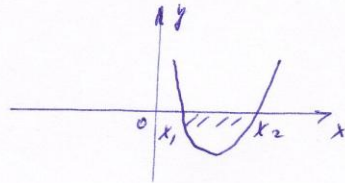
$$x^2 - 2x + 65 = 0$$

$$D = 4 - 4 \cdot 65 < 0, \text{ корней нет}$$

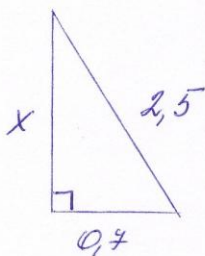
Для $x \in \mathbb{R}$ $x^2 - 2x + 65 > 0$. Решение есть.

$$4) x^2 - 2x + 65 < 0, \text{ решений нет.}$$

Ответ: 4.



N9.



По теореме Пифагора

$$2,5^2 = 0,7^2 + x^2$$

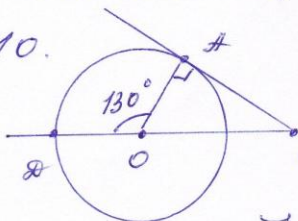
$$x^2 = 2,5^2 - 0,7^2$$

$$x = \sqrt{2,5^2 - 0,7^2} = \sqrt{(2,5 - 0,7)(2,5 + 0,7)} =$$

$$= \sqrt{1,8 \cdot 3,2} = \sqrt{2 \cdot 0,9 \cdot 2 \cdot 1,6} = 2 \cdot 0,3 \cdot 0,4 = 2,4.$$

Ответ: 2,4.

N10.



1) П.к. AC касается окружности в точке A , то $OA \perp AC$, значит $\triangle AOC$ - прямоугольный

2) П.к. $\widehat{AOD} = 130^\circ$, то $\angle AOD = 130^\circ$
 $\angle AOD$ и $\angle AOC$ - смежные, значит $\angle AOC = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$.

3) П.к. сумма острых углов прямоугольного треугольника равна 90° , то $\angle ACD = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$

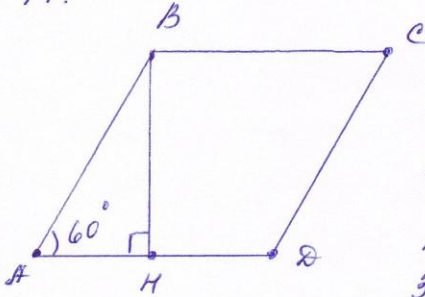
или

$\angle DCA$ - внешний угол $\triangle AOC$, по теореме о внешнем угле треугольника.

$$130^\circ = 90^\circ + \angle ACD, \quad \angle ACD = 130^\circ - 90^\circ = 40^\circ.$$

Ответ: 40.

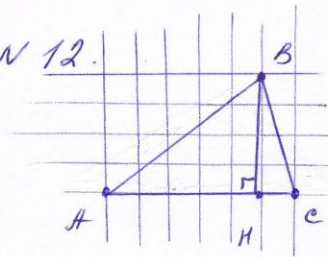
№ 11.



- 1) У ромба все стороны равны, значит $AB = 36$ см.
- 2) Т.к. $BH \perp AD$, то $\triangle ABH$ - прямоугольный, $\angle A = 60^\circ$, значит $\angle ABH = 30^\circ$, по свойству прямоугольного треугольника $AH = \frac{1}{2} AB$; $AH = \frac{1}{2} \cdot 36 = 18$ см
- 3) Т.к. $AD = 36$ см, $AH = 18$ см, то $HD = 36 - 18 = 18$ см.

Ответ: 18; 18.

№ 12.



- 1) Проведем высоту BH
- 2) $\triangle ABH$ прямоугольный, $AH = 5$; $BH = 4$
 $\operatorname{tg} A = \frac{BH}{AH}$; $\operatorname{tg} A = \frac{4}{5}$; $\operatorname{tg} A = 0,8$.

Ответ: 0,8.

№ 13. 1) Против большей стороны треугольника лежит больший угол.
 Данное утверждение неверно.

2) Около любого прямоугольника можно описать окружность, центр окружности - точка пересечения диагоналей.
 Данное утверждение верно.

3) $S_{\triangle} = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin \alpha$, т.к. $0 < \sin \alpha < 1$, то $\frac{1}{2} a b \sin \alpha < a b$
 Данное утверждение верно.

Ответ: 23.

№ 14. Желки $36 < 38 < 87$ - верно

Жиря $40 < 80 < 97$ - верно

Углеводк $170 < 455 < 420$ - неверно.

Ответ: 3.

№ 15. По графику находим, что 300 рублями соответствует 120 минут.

Ответ: 120.

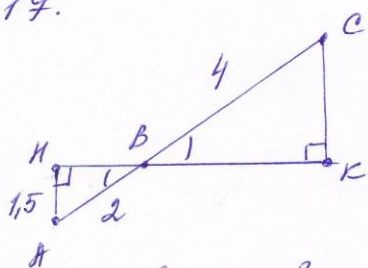
№ 16. Пусть огурцы стоили x рублей, тогда в конце августа они стали стоить $(0,4x)$ рублей, в сентябре они стали стоить: $100\% + 50\% = 150\% = 1,5$ $(1,5 \cdot 0,4x)$ рублей

$$1,5 \cdot 0,4x = 1,05x$$

$$1,05x - x = 0,05 = 5\%. \text{ Разница составляет } 5\%.$$

Ответ: в конце сентября, на 5.

№ 17.



$\triangle ANB \sim \triangle SKB$ (по двум углам), следовательно

$$\frac{AN}{SK} = \frac{NB}{BK}; \quad \frac{1,5}{3} = \frac{1}{4}; \quad SK = 3.$$

Ответ: 3.

№ 18. Упорядочили данный ряд чисел

164; 166; 178; 179; 190.

П.к. в ряду нечетное число элементов, то медиана ряда равно числу, стоящему в середине ряда, т.е.

178.

Среднее арифметическое этих чисел:

$$\frac{164 + 166 + 178 + 179 + 190}{5} = \frac{877}{5} = 175,4$$

$$178 - 175,4 = 2,6$$

Ответ: 2,6.

№ 19. По диаграмме находим:

- 1) верно;
- 2) неверно;
- 3) верно;
- 4) верно.

Ответ: 2.

$$N 20. C = 6000 + 4010 \cdot 17 = 6000 + 68170 = 74170.$$

Ответ: 74170.

$$N 21. \frac{1}{a+1} - \frac{(a-1)^2}{2a^2+3a+1} : \frac{a-1}{2a+1} - \frac{3a+6}{a+1}$$

1) Разложим квадратный трехчлен на множители

$$2a^2+3a+1=0$$

$$D=9-8=1, \quad a = \frac{-3+1}{2} = -\frac{1}{2} \text{ или } a = \frac{-3-1}{2} = -2$$

$$2a^2+3a+1 = 2(a+\frac{1}{2})(a+1) = (2a+1)(a+1)$$

$$2) \frac{(a-1)^2}{(2a+1)(a+1)} : \frac{a-1}{2a+1} = \frac{(a-1)^2 \cdot (2a+1)}{(2a+1)(a+1)(a-1)} = \frac{a-1}{a+1}$$

$$3) \frac{1}{a+1} - \frac{a-1}{a+1} - \frac{3a+6}{a+1} = \frac{1-a+1-3a-6}{a+1} = \frac{-4a-4}{a+1}$$

$$= \frac{-4(a+1)}{a+1} = -4.$$

Ответ: -4.

N 22. -17,2 ; -16,9 ; ... - арифметическая прогрессия

$$d = a_2 - a_1, \quad d = -16,9 - (-17,2) = -16,9 + 17,2 = 0,3$$

$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

Найдем количество отрицательных членов прогрессии.

$$a_n = -17,2 + (n-1) \cdot 0,3$$

$$a_n = -17,2 + 0,3n - 0,3$$

$$a_n = -17,5 + 0,3n$$

$$a_n < 0, \quad -17,5 + 0,3n < 0$$

$$0,3n < 17,5$$

$$n < 58\frac{1}{3}, \text{ т.к. } n \in \mathbb{N}, \text{ значит}$$

в этой прогрессии 58 отрицательных членов

$$a_{58} = -17,5 + 0,3 \cdot 58 = -17,5 + 17,4 = -0,1$$

$$S_{58} = \frac{-17,2 - 0,1}{2} \cdot 58 = -17,3 \cdot 29 = -501,7$$

Ответ: -501, 7.

№ 23. Построили график функции $y = \frac{x^4 - 13x^2 + 36}{x^2 - x - 6}$.

Разложили числитель и знаменатель дроби на множители.

$$\underline{x^4 - 13x^2 + 36 = 0}$$

$$D = 169 - 4 \cdot 36 = 169 - 144 = 25$$

$$x^2 = \frac{13+5}{2} = 9 \quad \text{или} \quad x^2 = \frac{13-5}{2} = 4.$$

$$x^4 - 13x^2 + 36 = (x^2 - 9)(x^2 - 4) = (x-3)(x+3)(x-2)(x+2)$$

$$\underline{x^2 - x - 6 = 0}$$

$$D = 1 + 24 = 25; \quad x = \frac{1+5}{2} = 3 \quad \text{или} \quad x = \frac{1-5}{2} = -2$$

$$x^2 - x - 6 = (x-3)(x+2)$$

$$\text{Итак, } y = \frac{(x-3)(x+3)(x-2)(x+2)}{(x+2)(x-3)},$$

$$y = (x+3)(x-2); \quad x \neq -2; \quad x \neq 3.$$

$$y = x^2 + x - 6$$

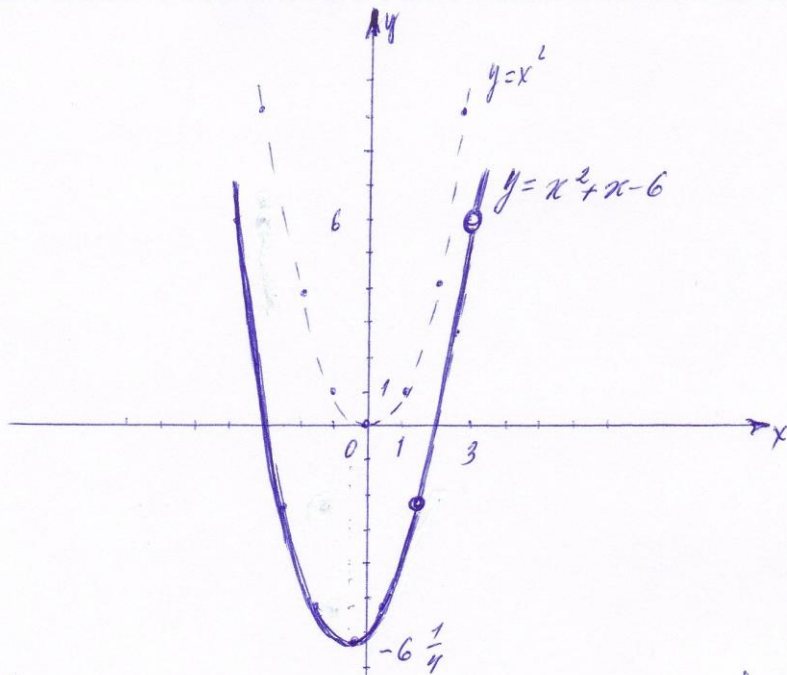
$$y = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} - 6$$

$$y(-2) = (-2+3) \cdot (-2-2) = 1 \cdot (-4) = -4$$

$$y(3) = (3+3) \cdot (3-2) = 6 \cdot 1 = 6$$

$(-2; -4)$ и $(3; 6)$ выколотые точки на параболу, заданной формулой $y = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - 6\frac{1}{4}$.

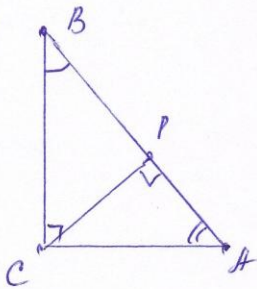
График функции можно получить из графика функции $y = x^2$ с помощью параллельного переноса вдоль оси Ox на $\frac{1}{2}$ единицы влево и параллельного переноса вдоль оси Oy на $6\frac{1}{4}$ единицы вниз.



По условию задачи графики функций $y=c$ и $y=x^2+x-6$ должны иметь одну общую точку, значит $c = \{-6\frac{1}{4}; -4; 6\}$.

Ответ: $-6\frac{1}{4}; -4; 6$.

N 24.



$$\operatorname{tg} A = \frac{4}{3}$$

1) Пусть x - коэффициент пропорциональности, тогда $CB = 4x$; $AC = 3x$
 По теореме Пифагора $AB = \sqrt{16x^2 + 9x^2} = 5x$
 $CP = \frac{AC \cdot BC}{AB}$; $CP = \frac{4x \cdot 3x}{5x} = 2,4x$

2) Зная, что $CB^2 = AB \cdot BP$ получим
 $(4x)^2 = 5x \cdot BP$; $BP = \frac{16x^2}{5x}$; $BP = 3,2x$

И, к. $AP = AB - BP = 5x - 3,2x = 1,8x$

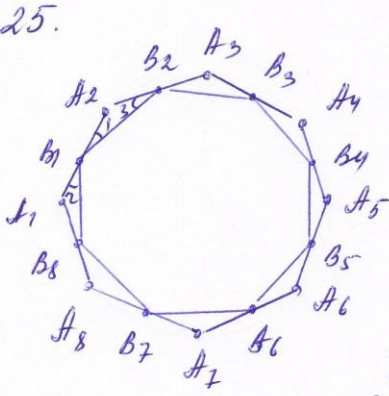
3) Пусть r - радиус окружности, вписанной в $\triangle ABC$
 $r = \frac{CB + CA - AB}{2}$; $r = \frac{4x + 3x - 5x}{2}$; $r = x$.

4) $r_1 = 8$ - радиус окружности, вписанной в $\triangle CBP$
 $r_1 = \frac{CP + BP - CB}{2}$; $r_1 = \frac{2,4x + 3,2x - 4x}{2}$; $r_1 = 0,8x$

$$8 = 0,8x \quad x = 10$$

Ответ: 10.

№ 25.



1) $A_1A_2...A_8$ - правильный восьмиугольник
 α - каждый угол правильного восьмиугольника:

$$\alpha = \frac{180^\circ(8-2)}{8}; \alpha = 135^\circ$$

т.е. $\angle A_1 = \angle A_2 = \dots = \angle A_8 = 135^\circ$.

2) Пусть B_1, B_2, \dots, B_8 - середины сторон данного правильного восьмиугольника. Тогда $A_1B_1 = B_1A_2 = A_2B_2 = \dots = B_8A_1$.

$\triangle B_1A_2B_2 = \triangle B_2A_3B_3 = \dots = \triangle B_8A_1B_1$ по двум сторонам и углу между ними. Из этого следует, что $B_1B_2 = B_2B_3 = \dots = B_8B_1$.

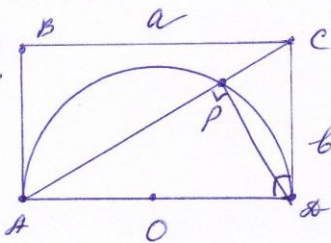
3) $\triangle B_1A_2B_2; \dots; \triangle B_8A_1B_1$ - равнобедренные с основаниями $B_1B_2; B_2B_3; \dots; B_8B_1$, значит $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3 = \dots = \angle 8 = \frac{180^\circ - 135^\circ}{2} = \frac{45^\circ}{2}$.

Тогда $\angle 1 + \angle 2 = \angle 3 + \angle 4 = \dots = \angle 7 + \angle 8 = 45^\circ$ и

$$\angle B_8B_1B_2 = \angle B_1B_2B_3 = \dots = \angle B_7B_8B_1 = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ.$$

Следовательно $B_1B_2 \dots B_8$ - правильный восьмиугольник.

№ 26.



1) Т.к. смежные стороны прямоугольника равны 8 см и 6 см, то по теореме Пифагора найдем AC
 $AC^2 = AD^2 + DC^2; AC^2 = 8^2 + 6^2; AC = 10$ см.

2) Т.к. AD - диаметр окружности, то $\angle APD = 90^\circ$.

$\triangle ADC \sim \triangle APD$ по двум углам ($\angle P = \angle D; \angle A$ - общий),

$$\text{то } \frac{AD}{AP} = \frac{DC}{PD} = \frac{AC}{AD}; \frac{8}{AP} = \frac{6}{PD} = \frac{10}{8}$$

$$\frac{8}{AP} = \frac{10}{8}; AP = \frac{64}{10}; AP = 6,4 \text{ см}$$

$$AC = AP + PC; PC = AC - AP; PC = 10 - 6,4 = 3,6 \text{ см}$$

Ответ: 6,4 см; 3,6 см.